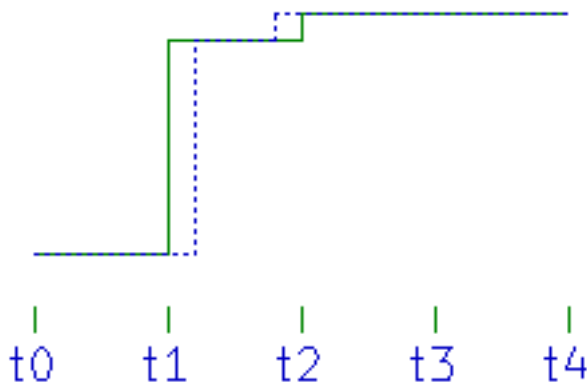


## FIRDAC-gewichten voor optimale onderdrukking van verafjitter?

Stel dat je een enkelbits sigma-deltamodulaat, bijvoorbeeld een DSD-sigitaal, wilt weergeven met een FIRDAC, wat voor gewichten geven dan een optimale onderdrukking van jitter? Ik heb het vermoeden dat het antwoord een driehoek is, in ieder geval is het niet uniforme weging.

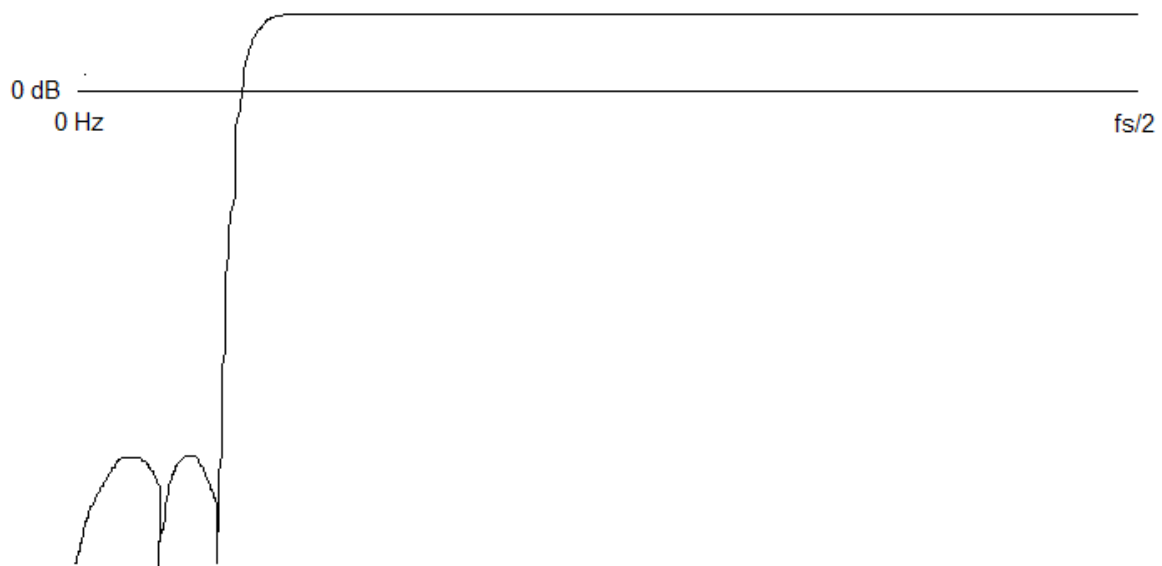
De fout in het uitgangssigitaal die veroorzaakt wordt door een klokflank die net niet helemaal op de goede plaats staat, is afhankelijk van de grootte van de stap in het uitgangssigitaal die op de klokflank volgt.



Afbeelding 1: Schets om te laten zien dat het effect van een verschoven klokflank afhangt van de grootte van de stap in het uitgangssigitaal

In afbeelding 1 stelt de groene lijn de ideale golfvorm aan de uitgang van de FIRDAC voor, en blauw gestippeld de golfvorm met (onrealistisch groot getekende) jitter. Voor een gegeven verschuiving van de klokflank, is de oppervlakte van de afwijking van het ideale sigitaal rond  $t_1$  veel groter dan rond  $t_2$ , en rond  $t_2$  groter dan rond  $t_3$ . De reden is de grootte van de stap van het uitgangssigitaal. De truc is dus de stappen aan de uitgang van de FIRDAC zo klein mogelijk te maken.

Het sigitaal dat de FIRDAC in gaat, is een enkelbits sigma-deltamodulaat, bijvoorbeeld een DSD-sigitaal. Bij stilte bestaat het spectrum daarvan uit genoiseshapete kwantisatieruis, de ruis ziet eruit als ongeveer witte ruis met flinke deuken erin in de audioband, zoals geschetst in afbeelding 2. Daarnaast is er vaak nog een flinke paal op of rond de halve bemonsteringsfrequentie  $f_s/2$  (die als het niet stil is overigens in frequentie gemoduleerd wordt door het gewenste sigitaal). Digitale signalen hebben repeterende spectra, dus tussen  $f_s/2$  en  $f_s$  heb je hetzelfde maar dan gespiegeld, en het geheel herhaalt zich elke  $f_s$ .



Afbeelding 2: Vorm van een genoiseshapet kwantisatieruisspectrum geschetst van 0 tot  $f_s/2$ . Meestal is er ook nog een paal bij of op  $f_s/2$ .

Om de stappen op de uitgang van de FIRDAC klein te houden, zul je in ieder geval de eventuele paal op of rond  $f_s/2$  willen onderdrukken. Het is dus fijn als de overdracht van de FIRDAC een notch heeft op  $f_s/2$ . Het valt vrij eenvoudig te beredeneren dat een symmetrisch FIR-filter met even lengte zo'n notch heeft.

Wat betreft de ruis wordt alles eenvoudiger als we net doen alsof het witte ruis is, dus even vergeten dat de ruis in de audioband wordt onderdrukt door de noise shaping. Bij witte ruis hebben de verschillende monsters geen correlatie. We zullen zelfs aannemen dat ze onafhankelijk en hetzelfde verdeeld (independent identically distributed, i.i.d.) zijn.

Het uitgangssignaal van een FIR-filter met impulsrespons  $h[i]$  en ingangssignaal  $x[n]$  is

$$y[n] = \sum_{i=0}^{N-1} h[i] x[n-i]$$

Het verschil tussen twee opeenvolgende monsters aan de uitgang van het filter is dan

$$y[n] - y[n-1] = \sum_{i=0}^{N-1} h[i] (x[n-i] - x[n-i-1]) = \sum_{i=0}^{N-1} (h[i] - h[i-1]) x[n-i]$$

De mate waarin een monster  $x[n-i]$  bijdraagt aan de stap op de uitgang is dus evenredig met  $h[i] - h[i-1]$ , het verschil in gewicht tussen de huidige en de vorige aftakking. Dat is logisch: als een monster verschoven wordt van een aftakking naar een volgende aftakking met precies hetzelfde gewicht, blijft de mate waarin het bijdraagt aan het uitgangssignaal constant, en draagt het dus niet bij aan een eventuele stap op de uitgang.

Je zou nu kunnen denken dat alle weegfactoren ( $h[i]$ 's) gelijk gemaakt moeten worden, zodat alle factoren  $h[i] - h[i-1]$  nul zijn. In de uitdrukking komt echter ook een  $h[-1]$  en een  $h[N]$  voor, en

$h[i] = 0$  als  $i < 0$  of  $i > N - 1$ , want het filter gaat maar van 0 tot en met  $N - 1$ . Je zou dan dus alle weegfactoren op 0 moeten zetten. Het uitgangssignaal is dan altijd 0 en is dus inderdaad onafhankelijk van de jitter geworden, je hoort alleen ook geen muziek meer.

Om dit soort volslagen onpraktische optima verder te vermijden, stellen we als randvoorwaarde

$$\sum_{i=0}^{N-1} h[i] = 1$$

waarmee de versterking voor lage frequenties 1 geworden is.

## Uniforme weging

Bij uniforme weging hebben we nu:

$$h[i] = 1/N \quad \text{voor } 0 \leq i \leq N - 1$$

en dus

$$(y[n] - y[n-1])_{\text{uniform}} = \sum_{i=0}^N (h[i] - h[i-1]) x[n-i] = \frac{1}{N} (x[n] - x[n-N])$$

Alleen de monsters van het ingangssignaal die net het FIR-filter in of net het FIR-filter uit geschoven worden dragen dus bij aan de stap op de uitgang, zoals te verwachten was. Voor de rest blijft de weegfactor immers constant.

Onder de aanname van onafhankelijk, gelijkelijk verdeelde monsters van het ingangssignaal geldt voor de variantie van de stap op de uitgang:

$$\sigma_{\text{stap, uniform}}^2 = \frac{2}{N^2} \sigma_x^2$$

Dit wordt bijvoorbeeld bij  $N = 16$ :

$$\sigma_{\text{stap, uniform, 16}}^2 = \frac{2}{16^2} \sigma_x^2 = \frac{1}{128} \sigma_x^2$$

## Driehoekige weging

Met uniforme weging is er aan het begin en het einde van het filter een grote  $|h[i] - h[i-1]|$  en is die verder overal nul. Je zou ook kunnen overwegen de  $|h[i] - h[i-1]|$  overal even groot te maken (behalve in het midden, zie verderop). Je kunt dan met een kleinere  $|h[i] - h[i-1]|$  aan het begin en

het einde van het filter toch aan de randvoorwaarde  $\sum_{i=0}^{N-1} h[i] = 1$  voldoen. Gecombineerd met de wens dat de impulsrespons symmetrisch is (en de lengte even) komt dit neer op driehoekige weging.

Voorbeeld, met  $N = 16$ :

$$h[0] = h[15] = 1/72$$

$$h[1] = h[14] = 2/72$$

$$h[2] = h[13] = 3/72$$

$$h[3] = h[12] = 4/72$$

$$h[4] = h[11] = 5/72$$

$$h[5] = h[10] = 6/72$$

$$h[6] = h[9] = 7/72$$

$$h[7] = h[8] = 8/72$$

In dit geval is  $|h[i] - h[i - 1]| = 1/72$  voor  $i = 0...7$  en  $i = 9...16$ .

Precies in het midden, bij  $i = 8$ , is  $|h[i] - h[i - 1]| = 0$ . Dat geldt ook voor  $i < 0$  en voor  $i > 16$ .

Er zijn totaal 16 termen met  $|h[i] - h[i - 1]| = 1/72$ , zodat er 16 monsters bijdragen aan de variantie van de stap op de uitgang. Dat wil zeggen,

$$\sigma_{\text{stap, driehoek, 16}}^2 = \frac{16}{72^2} \sigma_x^2 = \frac{1}{324} \sigma_x^2$$

Aangezien  $1/324 < 1/128$  is dit dus beter dan uniforme weging, althans wat het effect van verafjitter betreft. Ik heb het sterke vermoeden dat dit optimaal is, maar ik kan het nog niet aan elkaar kletsen.